**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ**

отчет

**по практической работе №2**

**по дисциплине «Теория принятия решений»**

Тема: Бесконечные антагонистические игры

**Вариант 8**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 8383 |  | Киреев К.А. |
| Преподаватель |  | Попова Е.В. |

Санкт-Петербург

2022

**Цель работы**

Использование инструментальных средств для решения задач поддержки принятия решения, а также овладение навыками принятия решения на основе бесконечных антагонистических игр.

**Основные теоретические положения**

В данной работе рассматриваются антагонистические игры, которые отличаются от матричных тем, что в них один или оба игрока имеют бесконечное (счётное или континуум) множество стратегий. С теоретико-игровой точки зрения это отличие малосущественно, поскольку игра остаётся антагонистической и проблема состоит в использовании более сложного аналитического аппарата исследования.

Таким образом, исследуются общие антагонистические игры, т.е. системы вида (1)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *,* | (1) |

где и – произвольные бесконечные множества, элементы которых являются стратегиями игроков 1 и 2 соответственно, а – функция выигрыша игрока 1. Выигрыш игрока 2 в ситуации равен , (игра антагонистическая). Далее рассматриваются такие игры, у которых функция ограничена.

Одновременная игра преследования на плоскости.

Пусть и – множества на плоскости. Игра заключается в следующем. Игрок 1 выбирает некоторую точку , а игрок 2 выбирает точку . При совершении выбора игроки 1 и 2 не имеют информации о действиях противника, поэтому подобный выбор удобно интерпретировать как одновременный. В этом случае точки, являются стратегиями игроков 1 и 2 соответственно. Таким образом, множества стратегий игроков совпадают с множествами и на плоскости.

Целью игрока 2 является минимизация расстояния между ним и игроком 1 (игрок 1 преследует противоположную цель). Поэтому под выигрышем игрока 1 в этой игре понимается евклидово расстояние между точками и , т.е. , . Выигрыш игрока 2 полагаем равным выигрышу игрока 1, взятому с обратным знаком, а именно (игра антагонистическая).

Модель покера с одним кругом ставок и одним размером ставки.

В начале партии каждый из двух игроков A и B ставит по единице. После того, как каждый из игроков получит карту, ходит игрок A: он может или поставить ещё единиц или спасовать и потерять свою начальную ставку. Если A ставит, то у B две альтернативы: он может или спасовать (теряя при этом свою начальную ставку), или уровнять, поставив *c* единиц. Если B уравнивает, то игроки открывают свои карты и игрок с лучшей картой выигрывает.

Стратегии строятся следующим образом. Пусть

* – вероятность того, что если A получит , то он поставит ,
* – вероятность того, что если A получит , то он спасует,
* – вероятность того, что если B получит , то он уравняет ставку ,
* – вероятность того, что если B получит , то он спасует.

Если игроки применяют эти стратегии, то ожидаемый чистый выигрыш представляет собой сумму выигрышей.

**Постановка задачи**

Используя инструментальные средства компьютерной алгебры решить задачи преследования и покера.

**Выполнение работы**

***Одновременная игра преследования на плоскости.***

Для задачи преследования были отображены фигуры на плоскости. Согласованные с вариантом фигуры представлены на рис. 1.

Были рассмотрены два случая задачи: центр масс фигуры  принадлежит фигуре  и центр масс фигуры  не принадлежит фигуре .

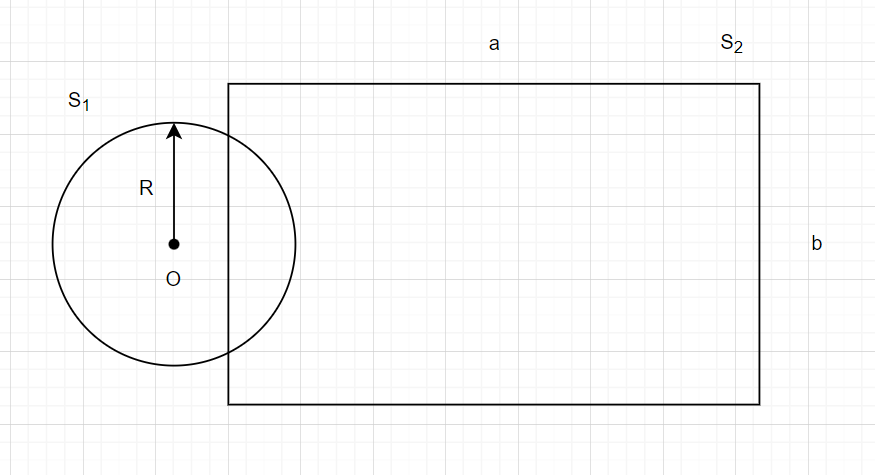


Рисунок 1 – Отображение фигур для случая

* Центр масс фигуры  не принадлежит фигуре

Найдём нижнюю цену игры.

Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 2.

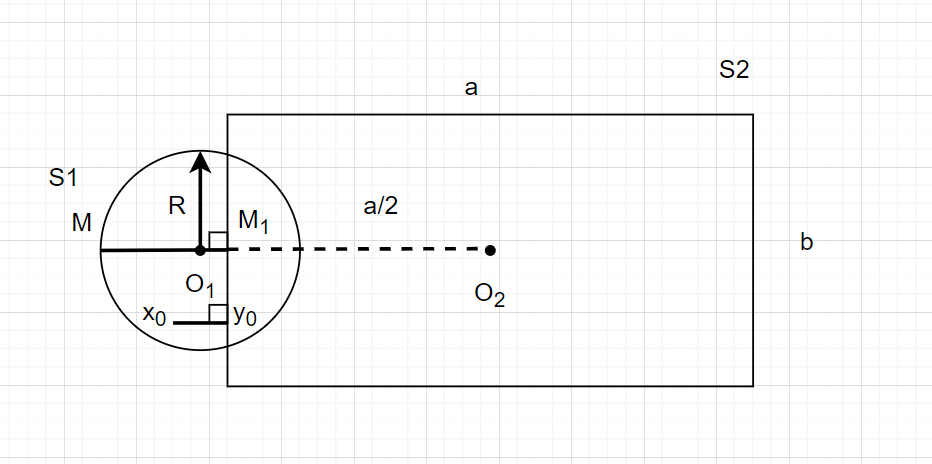


Рисунок 2 – Нахождение нижней цены игры для случая

Поиск нижней цены игры для случая :

1. Для любой точки принадлежащей и не принадлежащей минимальное расстояние до равно перпендикуляру, опущенному на сторону . На рис. 2 изображен пример поиска минимального расстояния.
2. Для того, чтобы данное расстояние было максимально возможным, точка *x*0 должна находиться на окружности *S*1 и пересекать центр окружности.
3. Таким образом, согласно рис. 2 определим нижнюю цену игры:

Найдём верхнюю цену игры для случая :

Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 3.

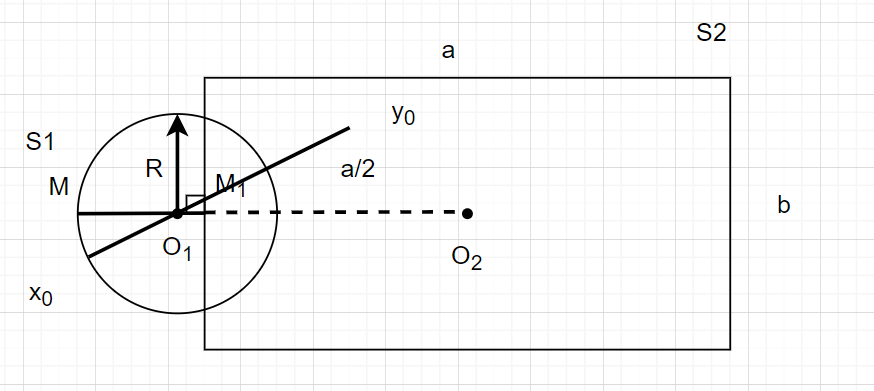


Рисунок 3 – Нахождение верхней цены игры для случая

1. Для любой точки принадлежащей расстояние до любой точки , принадлежащей будет максимальным, только в том случае если лежит на окружности и проходит через центр окружности.
2. Для того, чтобы данное расстояние было минимально возможным, точка должна находится на границе прямоугольника и образовывать перпендикуляр с точкой .
3. Согласно рис. 3 определим верхнюю цену игры:

Проверим, существуют ли такие значения, при которых .

Формулы для совпадают, поэтому нижняя цена игры равна верхней цене игры, поэтому данный случай является игрой в чистых стратегиях.

* Центр масс фигуры  принадлежит фигуре .

Найдём нижнюю цену игры.

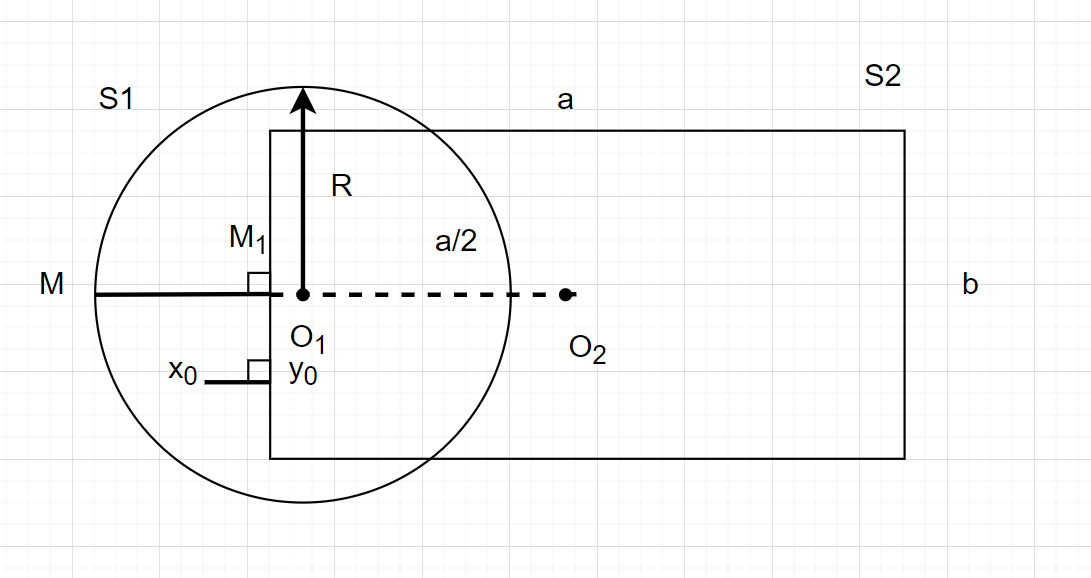


Рисунок 4 – Нахождение нижней цены игры для случая

Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 4.

Поиск нижней цены игры для случая :

1. Для любой точки принадлежащей и не принадлежащей минимальное расстояние до равно перпендикуляру, опущенному на сторону . На рис. 4 изображен пример поиска минимального расстояния.
2. Для того, чтобы данное расстояние было максимально возможным, точка *x*0 должна находиться на окружности *S*1 и пересекать продолжение центра окружности.
3. Таким образом, согласно рис. 4 определим нижнюю цену игры:

Найдём верхнюю цену игры.

Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 5.

Поиск верхней цены игры для случая :

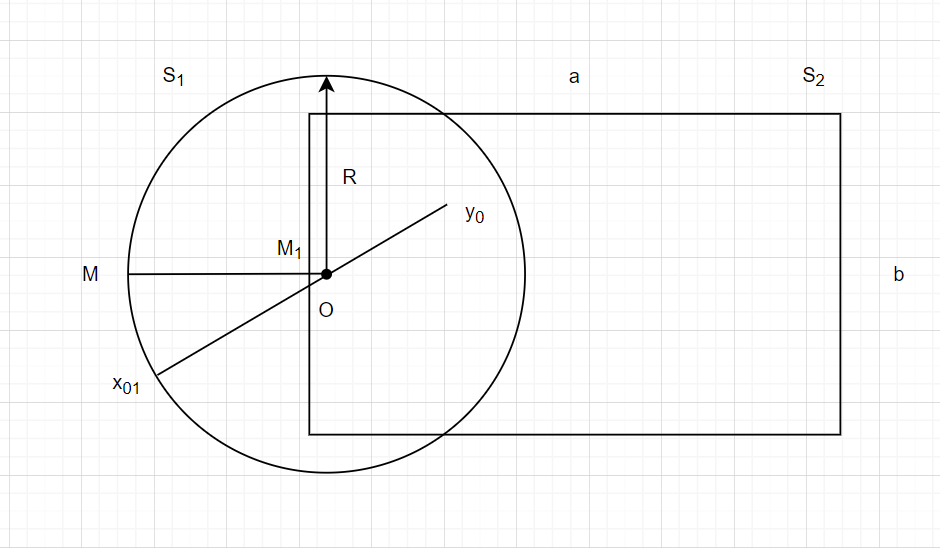


Рисунок 5 – Нахождение верхней цены игры для случая

1. Для любой точки принадлежащей расстояние до любой точки , принадлежащей будет максимальным, только в том случае если лежит на окружности и отрезок пересекает центр. Но в зависимости от расположения точки точка будет меняться, на рис. 5 показан один из примеров расположения . Можно увидеть, что при любом расположении расстояние до будет всегда больше или равно радиусу окружности .
2. Для нахождения минимального расстояния можно заметить, что так как расстояние всегда , то минимум этого расстояние это и есть .
3. Согласно рис. 5 определим верхнюю цену игры:

Проверим, существуют ли такие значения, при которых .

Таким образом, чтобы расстояние между центрами масс окружности и прямоугольника должно быть равно половине стороны, то есть большей стороне прямоугольника. Значит при данном условии, нижняя цена игры будет равна верхней цене игры, поэтому данный случай является игрой в чистых стратегиях.

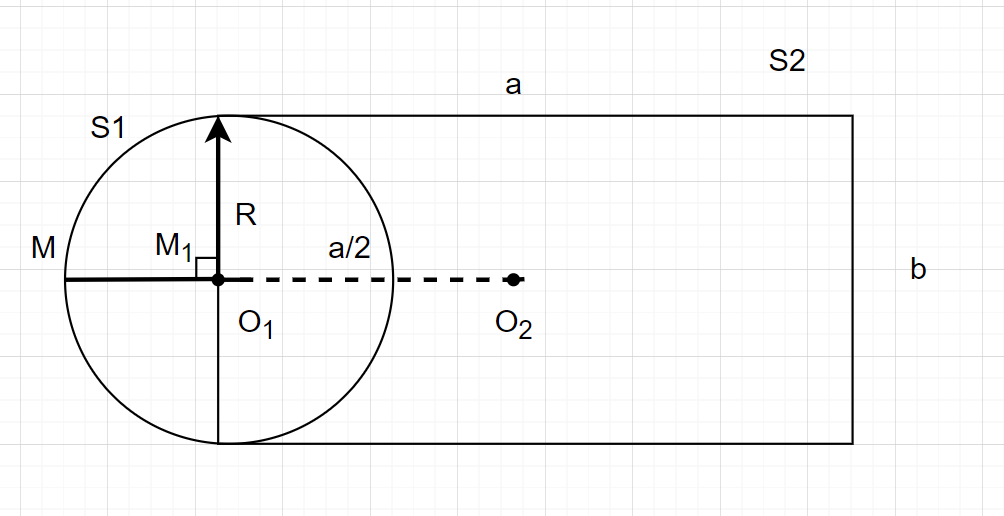


Рисунок 6 – Чистая стратегия

***Модель покера с одним кругом ставок и одним размером ставки***

Найдено значение игры покера с одним кругом ставок при значении ставки , равной 9.

* Первая стратегия

Известно, что A использует стратегию с порогом . Далее при преобразовании можно получить порог . И подставив в можно найти минимальный проигрыш B, который рассчитывается по формуле:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Нужно максимизировать минимальный проигрыш B, поэтому находим максимум параболы, который равен:

Подсчитаем значение выигрыша первого игрока, подставим a и b в формулу :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Следовательно выигрыш A равен:

Проверим ответ, решив задачу с помощью программы, код программы представлен в приложении A.

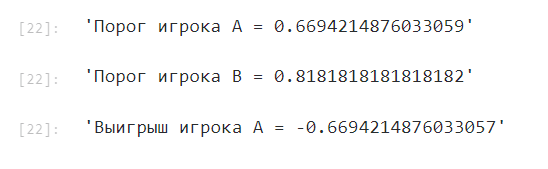


Рисунок 7 – Результат выполнения программы

Игрок B находится в выигрышном положении, так как порог игрока A = меньше порога игрока B = , игрок A должен быть более осторожен.

Действия игрока A:

* –>
* –>

Действия игрока B:

* –>
* –>
* Другая стратегия с блефом

При использовании оптимальной стратегии игроком A, наилучший ответ B – использование с порогом .

Вычислим Q(x) для данного .







Далее считаем выигрыш игрока A:

Следовательно выигрыш A равен:

Действия игрока A:

* – делает ставку,
* – с вероятностью - пасует, и начинает блефовать с вероятностью

Действия игрока B:

* ,

**Выводы**

В ходе выполнения практической работы по изучению бесконечных игр были использованы инструментальные средства для решения задач поддержки принятия решения, а также освоены навыки принятия решения на основе бесконечных антагонистических игр.

При поиске оптимальных стратегий для одновременной игры преследования на плоскостях, которыми являются две фигуры: круг и прямоугольник, было выяснено, что данная игра решается в чистых стратегиях при случае, когда центр масс первой фигуры не принадлежит второй фигуре, а в случае, когда центр масс принадлежит второй фигуре игра решается в чистых стратегия только при условии, что радиус круга равен стороне прямоугольника.

При поиске оптимальных стратегий для покера с одним кругом ставок при значении ставки было выявлено, что при реализации оптимальных стратегий ожидаемый чистый выигрыш что свидетельствует о том, что после первого круга ставок игрок А окажется в проигрышном положении.

Приложение А

иСХОДНЫЙ КОД ДЛя покера с одним кругом ставок

# %%

from IPython.core.interactiveshell import InteractiveShell

InteractiveShell.ast\_node\_interactivity = "all"

# %%

c = 9

# %% [markdown]

# ### Первая стратегия

# %%

a = pow(c/(c+2), 2)

b = c/(c+2)

# %%

H = (pow((c+2),2)/(4\*(c+1)))\*(-pow(a,2)+2\*a\*(pow(c,2)/pow(c+2,2))-(pow(c,2)/pow(c+2,2)))

# %%

f'Порог игрока А = {a}'

f'Порог игрока B = {b}'

f'Выигрыш игрока А = {H}'

# %% [markdown]

# ### Вторая стратегия

# %%

a = (c-1)/(c+1)

b = (c-2)/c

# %%

H = -(a-1)\*(1+a+(a\*c)-(b\*c))-1

# %%

H2 = ((c\*\*2)/(4\*(c+1)))\*((b\*\*2)-2\*b\*(((c\*\*2)-2\*c)/(c\*\*2))+1)

# %%

f'Порог игрока А = {a}'

f'Порог игрока B = {round(b, 2)}'

# f'Выигрыш игрока А = {H}'

f'Выигрыш игрока А = {round(H2, 2)}'

# %%